ELECTRICITATE

ELECTROSTATICA

Noțiunile de bază cu care se lucrează în electrostatică sunt cele de *sarcină electrică*, *câmp electric* şi *potențial electric*. La baza acestor noțiuni stă forța de interacțiune dintre 2 sarcini electrice q_1 şi q_2, aflate la distanța r, una față de cealaltă, numită forța lui Coulomb sau *forța coulombiană*:

$$F= q_1 \cdot q_2 / (4\pi\varepsilon_o \cdot r^2)= k \cdot q_1 \cdot q_2/r^2. \qquad (1)$$

unde:

q_1 şi q_2 – sarcini electrice $[q]_{SI}$=C (Coulomb)
r – distanța dintre sarcini [m]
ε_o – permitivitatea electrică a vidului $[\varepsilon_o]_{SI}$=
$\varepsilon_o=8.854 \cdot 10^{-12}$ $C^2/(N \cdot m^2)$ sau F/m
$k=1/(4\pi\varepsilon_o) = 8.987 \cdot 10^9$ $N \cdot m^2/C^2 \approx 9 \cdot 10^9$ m/F

Avem două tipuri de sarcini electrice: pozitive şi negative. Cele pozitive sunt în nucleele atomilor care constitue materia, iar cele negative sunt legate de electronii care orbitează în jurul nucleelor. Sarcinile de acelaşi semn se resping, iar sarcinile de semne contrare se atrag. *Sarcina electrică e cuantificată*, sarcina elementară fiind de $1,6 \cdot 10^{-19}$C şi *sarcina electrică se conservă*.

Intensitatea câmpului electric

Sarcinile electrice interacționează între ele prin intermediul a ceea ce numim *câmp electric*. Câmpul electric este caracterizat de vectorul *intensitate a câmpului electric* **E**, definit ca forța ce acționează asupra sarcinii de probă unitare în respectivul punct din spațiu:

$$\mathbf{E}=\mathbf{F}/q \qquad [E]_{SI}=V/m \text{ (Volt pe metru)} \qquad (2)$$

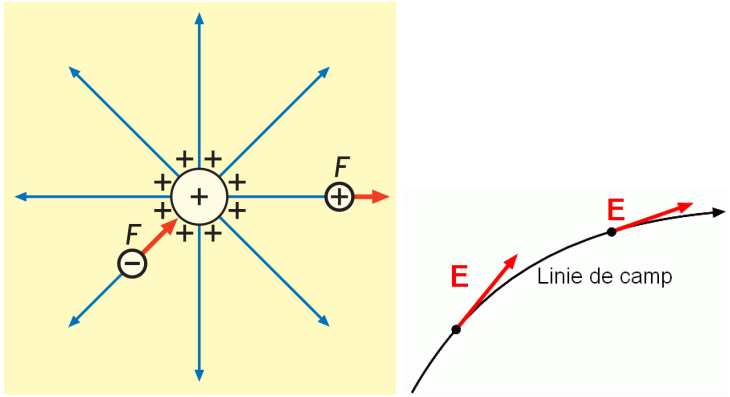
Intensitatea câmpului electric este o mărime fizică vectorială şi se măsoară în Volt pe metru (V/m=N/C).

Relația (2) poate fi privită şi invers, adică ştiind intensitatea câmpului electric E, forța care acționează asupra sarcinii q va fi:

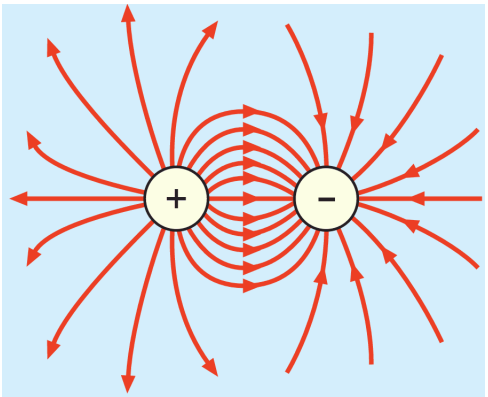
$$\mathbf{F}=q\,\mathbf{E} \qquad (3)$$

Câmpul electric din jurul unei sarcini electrice punctuale, Q, va fi dat de relația:

$$E(r) = Q/(4\pi\varepsilon_o \cdot r^2) \qquad (4)$$



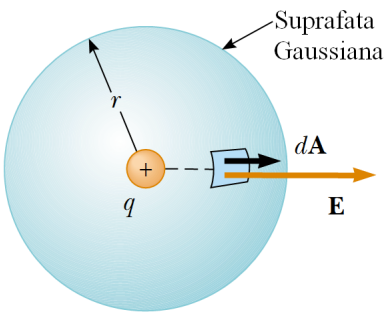
Liniile de câmp electric sunt curbele cu proprietatea că vectorul câmp electric este tangent în fiecare punct al curbei. Liniile de câmp electric ies din sarcinile pozitive şi intră în sarcinile negative.



Teorema lui Gauss

Dacă înconjurăm o sarcină punctuală Q cu o suprafață sferică cu centrul chiar în Q, *fluxul elementar* al intensității câmpului electric prin acea suprafață, definit ca produsul scalar dintre vectorul intensitate de câmp şi vectorul suprafață (elementară) va fi:

$$d\Phi = \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = E\, dA \cos\alpha \qquad (3)$$

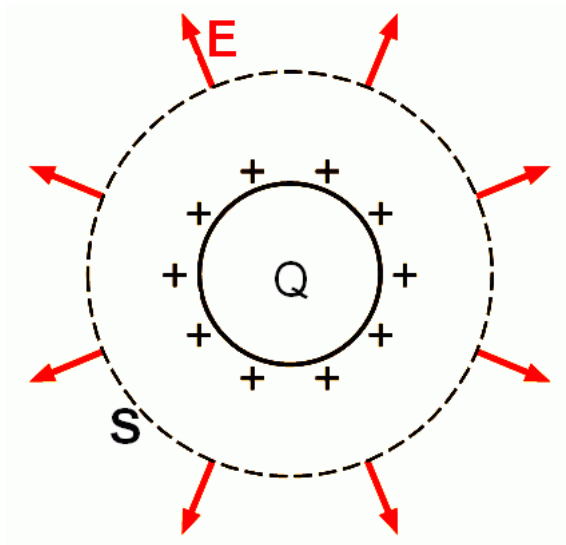


Fiindcă vectorul suprafață este perpendicular pe suprafață (prin definiție), iar vectorul intensitate de câmp electric este de-a lungul razei sferei şi deci perpendicular pe suprafață, atunci vectorii sunt paraleli, $\alpha=0$ şi $\cos\alpha=1$. Suplimentar vectorul intensitate de câmp electric este constant în modul, fiindcă depinde doar de distanța de la centru la suprafața sferei. Din această cauză *fluxul total* al intensității câmpului electric prin suprafața închisă a sferei va fi:

$$\Phi = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = 4\pi r^2 \cdot Q/(4\pi\varepsilon_o \cdot r^2) = Q/\varepsilon_o. \qquad (4)$$

Acest rezultat este mult mai general. Se poate arăta matematic că fluxul câmpului electric printr-o suprafață închisă oarecare este egal *întotdeauna* cu sarcina electrică închisă în interiorul suprafeței (în volum) divizată cu permitivitatea electrică a mediului. Aceasta este *teorema lui Gauss* şi este un alt mod de-a exprima matematic forța de interacțiune coulombiană. Teorema lui Gauss este foarte utilă pentru a calcula intensitatea câmpului electric produs de distribuții continue de sarcină.

Sarcina Q distribuită uniform pe suprafața unei sfere de rază R crează un câmp electric identic cu cel al unei sarcini punctuale Q aflate în centrul sferei, pentru distanțe r>R. Pentru distanțe r<R, câmpul electric este zero, fiindcă nu avem sarcină închisă în interiorul unei suprafețe Gauss (de exemplu o sferă cu raza r<R).



Distribuția plană de sarcină electrică

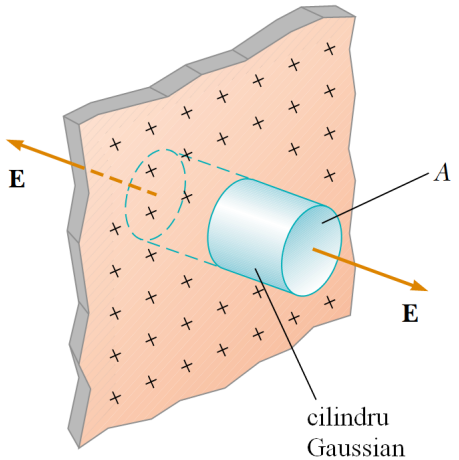
Pentru o distribuție plană de sarcină electrică, cu σ densitatea superficială de sarcină electrică:

$$\sigma = Q/S \qquad (5)$$

o suprafață Gauss de formă cilindrică va închide o sarcină electrică:

$$q = \sigma A$$

unde A este aria bazei cilindrului.



Fluxul electric prin suprafața laterală a cilindrului va fi zero fiindcă liniile de câmp sunt perpendiculare pe planul încărcat electric (din cauza simetriei distribuției) şi deci perpendiculare pe orice vector suprafață elementar din suprafața laterală. Singura contribuție nenulă la fluxul electric prin suprafața cilindrică închisă rămâne cea prin bazele cilindrului:

$$\Phi = 2AE$$

Folosind teorema lui Gauss:

$$\Phi = q/\varepsilon \;\Rightarrow\; 2AE = \sigma A/\varepsilon$$

gasim intensitatea câmpului electric produs de un plan încărcat electric:

$$E = \sigma/(2\varepsilon) \qquad (6)$$

Potențialul electric

Potențialul electric într-un punct al spațiului, V(r), este definit ca lucrul mecanic al forțelor electrice efectuat pentru a deplasa sarcina de probă q din acel punct la infinit sau în alt punct unde potențialul este zero, divizat cu valoarea sarcinii de probă:

$$V(r) = L/q = \int q\mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}\,/q = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}. \qquad (7)$$

Potențialul electric este o mărime scalară şi se măsoară în volți:

$$[V]_{SI} = J/C = V \text{ (Volt)}$$

Lucrul mecanic efectuat de forțele electrice asupra sarcinii de probă depinde doar de punctul de plecare şi cel de sosire şi *nu depinde de drumul dintre cele două puncte*. Se spune că avem un câmp de forțe conservativ, la fel ca cel gravitațional. Adică pentru un corp care se mişcă în acest câmp suma dintre energia cinetică şi cea potențială este constantă (se conservă enegia mecanică).

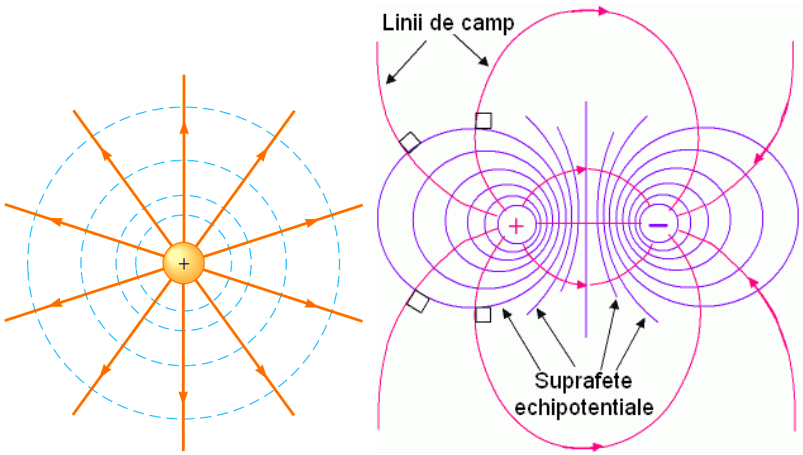
Energia potențială a unei sarcini electrice q aflate într-un câmp electric va fi:

$$E_p = qV \qquad (8)$$

Potențialul electric într-un punct aflat la distanța r de o sarcină Q, punctuală sau distribuită pe o sferă, este:

$$V(r) = Q/(4\pi\varepsilon_o\cdot r) \qquad (9)$$

Locul geometric al punctelor care au acelaşi potențial este o *suprafață echipotențială*. Liniile de câmp electric şi implicit intensitățile câmpului electric sunt perpendiculare pe suprafața echipotențială. În electrostatică suprafețele metalice sunt suprafețe echipotențiale.



Linii de câmp şi suprafeţe echipotenţiale.

Pentru o sarcină punctuală suprafeţele echipotenţiale sunt sfere concentrice cu centrul pe sarcina electrică.

Capacitatea electrică

Capacitatea electrică a unui corp metalic este definită ca raport între sarcina electrică acumulată şi potenţialul corpului:

$$C = Q/V \qquad [C]_{SI}=C/V=F \text{ (Farad)} \qquad (10)$$

Pentru o sferă metalică cu raza R capacitatea electrică a ei este:

$$C = Q/V=Q\cdot(4\pi\varepsilon_o\cdot R)/Q=4\pi\varepsilon_o\cdot R \qquad (11)$$

Condensatorul (*capacitorul*) plan are două suprafeţe (armături) metalice de arie A, plasate faţă-n faţă la o distanţă *d* una de alta. O armătură are sarcina $+Q$, cealaltă $-Q$, cu densitatea σ.

$$\sigma=Q/A$$

Câmpurile electrice de la cele două plane încărcate electric se adună (în modul) între armături ($E_{interior}=E_{+}+E_{-}$), iar în exterior se scad ($E_{exterior}=E_{+}-E_{-}=0$). Câmpul electric dintre armăturile unui condensator plan este uniform şi are valoarea:

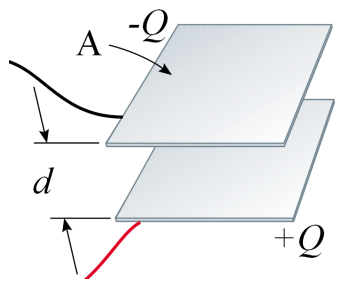
$$E = \sigma/(2\varepsilon_o)+ \sigma/(2\varepsilon_o)= \sigma/\varepsilon_o. \qquad (12)$$

Diferenţa de potenţial dintre cele două armături se calculează conform definiţiei prin lucrul mecanic efectuat asupra sarcinii de probă unitate:

$$U=V_{+}-V_{-}= \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = \sigma d/\varepsilon_o. \qquad (13)$$

iar capacitatea condensatorului plan va fi:

$$C=Q/U=\sigma A / (\sigma d/\varepsilon_o) = \varepsilon_o A/d. \qquad (14)$$



Condensatorul plan.

Energia câmpului electric

Deplasarea sarcinii elementare "dq" (pozitivă) de la armătura negativă a condensatorului plan la cealaltă armătură, pozitivă, implică *efectuarea din exterior a unui lucru mecanic* asupra condensatorului dat de relaţia:

$$dW=Udq = qdq/C = d[q^2/(2C)] \qquad (15)$$

Integrând expresia de la 0 la Q obţinem energia înmagazinată în condensator:

$$W= Q^2/(2C) = CU^2/2 = QU/2 \qquad (16)$$

Exprimăm relaţia (16) ţinând cont de expresia capacităţii plane (14) şi de legătura dintre potenţial şi câmp U=E*d*:

$$W=(\varepsilon_o A/d)(Ed)^2/2= \varepsilon_o E^2\, Ad/2$$

Fiindcă volumul dintre armături este V= A*d*, expresia densităţii de energie electrică (energie pe unitatea de volum) este:

$$w = W/V = \varepsilon_o E^2/2 \qquad (17)$$

Această relație are o valabilitate generală, chiar dacă aici am dedus-o doar pentru un condensator plan, din motive didactice.

Dipoli electrici în câmp electric

Dipolul electric este compus din două sarcini electrice egale în modul "q", dar de semne contrare, separate spațial la distanta "ℓ" una de alta. ***Potențialul electric al dipolului*** se obține ca sumă a potențialelor celor două sarcini punctuale:

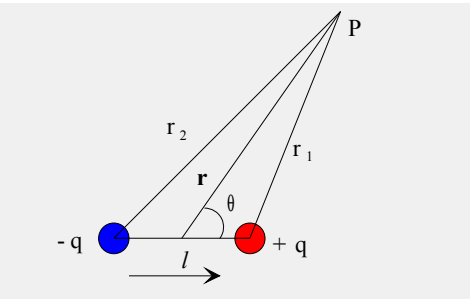
$$V(r)= q/(4\cdot\pi\cdot\varepsilon_o\cdot r_1)-q/(4\cdot\pi\cdot\varepsilon_o\cdot r_2)= (r_2-r_1)\cdot q /(4\cdot\pi\cdot\varepsilon_o\cdot r_1\cdot r_2) \qquad (1)$$

care pentru distanțe mari comparativ cu lungimea ℓ a dipolului acceptă aproximația:

$$r_2 - r_1 \cong \ell \cdot \cos\theta \qquad \text{şi} \qquad r_1\cdot r_2 \cong r^2$$

deci:

$$V(r) = q\cdot\ell\cdot\cos\theta / (4\cdot\pi\cdot\varepsilon_o\cdot r^2) \qquad (2)$$



Dipolul electric.

Se observă că potențialul scade cu distanța ca "$1/r^2$", mult mai rapid decât la sarcina punctuală pentru care scăderea este "1/r". Introducând noțiunea de ***moment dipolar***:

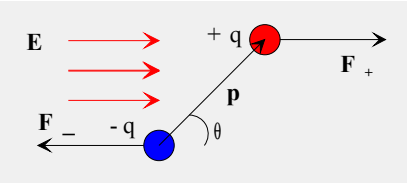
$$\mathbf{p} = q\cdot\ell \qquad (3)$$

putem scrie relația (2), ***potențialul electric al dipolului***, ca:

$$V(r) = \mathbf{p}\cdot\mathbf{r} /(4\cdot\pi\cdot\varepsilon_o\cdot r^3) \qquad (4)$$

În ***câmp electric omogen*** asupra dipolului acționează un ***cuplu de forțe***, $\mathbf{F}_+ = -\mathbf{F}_-$, ca în figura alăturată, care produce un ***moment de rotație*** ce orientează momentul dipolar **p** în sensul câmpului **E**:

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \qquad (5)$$



Dipolul electric în câmp electric omogen simte un cuplu de forțe ce-l orientează pe direcția câmpului (energie potențială minimă).

Dipolul în câmp electric posedă o ***energie potențială***, compusă din energiile potențiale ale sarcinilor sale:

$$W_p = q\cdot V_+ + (-q\cdot V_-) = q\cdot\ell\cdot(V_- - V_+)/\ell \qquad (6)$$

unde

$$(V_- - V_+)/\ell = E\cdot\cos\theta \qquad (7)$$

este componenta câmpului electric de-a lungul direcției dipolului. Putem scrie energia potențială sub forma concisă:

$$W_p = -\,\mathbf{p}\cdot\mathbf{E} \qquad (8)$$

Energia potențială a dipolului este minimă când vectorul **p** are direcția şi sensul câmpului electric şi este maximă când cei doi vectori sunt antiparaleli.

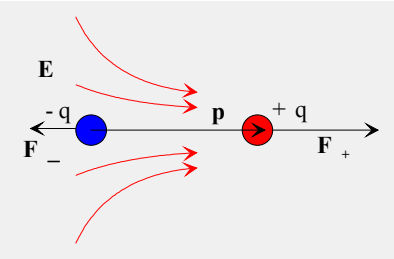
În ***câmp electric neomogen*** forțele ce acționează asupra celor două sarcini sunt inegale, generând pe lângă ***cuplu*** şi o ***forță***

rezultantă diferită de zero, ca în figura alăturată, ce se poate scrie ca:

$$F = p \cdot dE/dx \qquad (9)$$

sau în forma generală:

$$\mathbf{F} = -\,\mathrm{grad}\, W_p = \mathbf{p}\ \mathrm{div}\mathbf{E} \qquad (9)$$



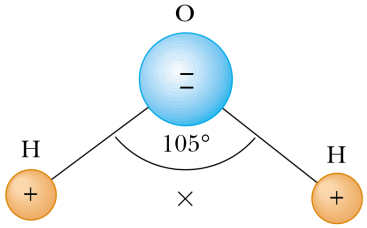
În câmp electric neomogen dipolul este orientat pe direcția câmpului şi atras către zona cu câmp mare.

DIELECTRICI

Un dielectric este un material izolator, ce nu conduce curentul electric, de exemplu sticla, majoritatea materialelor plastice, cauciucul, ceramica sau hârtia. Capacitatea unui condensator creşte dacă umplem spațiul dintre armături cu un material dielectric. Factorul adimensional cu care creşte capacitatea se numeşte *constantă dielectrică* a materialului sau *permitivitate electrică relativă* a materialului.

Constanta dielectrică variază de la un material la altul. Vom analiza în continuare această schimbare de capacitate atât în termeni macroscopici: sarcină, câmp electric şi diferență de potențial, cât şi originea microscopică a constantei dielectrice.

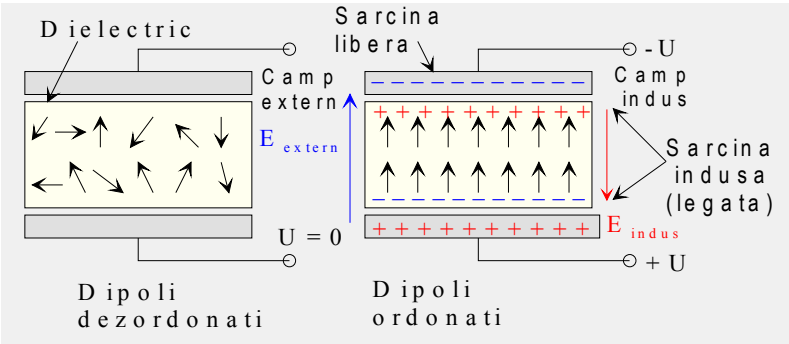
Un material izolator îşi schimbă starea în câmp electric datorită forțelor ce acționează asupra sarcinilor electrice din material. Fiind izolator, în el nu pot apărea deplasări macroscopice de sarcină electrică, ca în metale, dar apar deplasări microscopice, locale ale sarcinilor electrice în câmp electric, ce generează sau orientează dipoli electrici care polarizează materialul.



Molecula de apă este un dipol electric permanent.

În substanțe pot apărea dipoli electrici ca urmare a aplicării unui câmp electric extern, ***dipolii induşi***, sau pot exista ***dipoli permanenți*** datorați configurației particulare a moleculelor ce constituie substanța dată. La aplicarea unui câmp electric se produce polarizarea dielectricului, ca în figura alăturată, prin:

- ***polarizarea de deplasare***, la atomi prin deplasarea norului electronic negativ față de nucleul pozitiv, la cristalele ionice prin deplasarea ionilor pozitivi față de cei negativi, (polarizare indusă);
- ***polarizarea de orientare***, apare la substanțele polare prin orientarea dipolilor moleculari pe direcția câmpului extern.



Polarizarea electrică a substanței în câmp extern

Moment dipolar elementar, corespunzător fiecărui atom sau molecule din materialul respectiv, fiind **p**, definim ***polarizarea*** **P**, ca momentul dipolar al unității de volum:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_t / V = n \cdot \mathbf{p} \qquad (1)$$

unde "n" este densitatea de dipoli elementari.

Ca urmare a polarizării iau naştere pe suprafața dielectricului sarcini de polarizare:

$$Q_p = \sigma_p \cdot S$$

unde σ_p este densitatea superficială de sarcină electrică. Întreg materialul va avea momentul dipolar:

$$P_{tot} = Q_p \cdot d = \sigma_p \cdot S \cdot d = \sigma_p \cdot V \qquad (2)$$

de unde pentru polarizarea electrică găsim relația:

$$P = \sigma_p \qquad (3)$$

Sarcinile de polarizare, privite ca sarcinile de pe armăturile unui condensator plan, crează un câmp electric $\mathbf{E}_p$:

$$\mathbf{E}_p = -\mathbf{P}/\varepsilon_o \qquad (4)$$

orientat în sens contrar vectorului de polarizare **P**. Intensitatea câmpului electric macroscopic rezultant din interiorul dielectricului $\mathbf{E}_t$, se obține prin suprapunerea intensității câmpului electric în vid $\mathbf{E}_o$, generat de sarcinile de pe armăturile metalice ale condensatorului şi intensitatea $\mathbf{E}_p$ a câmpului generat de sarcinile de polarizare induse pe suprafața dielectricului:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_o + \mathbf{E}_p = \mathbf{E}_o - \mathbf{P}/\varepsilon_o \qquad (5)$$

Câmpul electric total este mai mic fiindcă sarcina Q de pe armături este parțial compensată de sarcina de polarizare Q_p a dielectricului. Rămâne activă numai sarcina Q':

$$Q' = Q - Q_p = Q/\varepsilon_r \qquad (6)$$

Câmpul $\mathbf{E}_p$ se numeşte ***câmp de depolarizare***, deoarece tinde să micşoreze câmpul aplicat $\mathbf{E}_o$, în interiorul dielectricului. Câmpul de depolarizare este uniform doar pentru probe care au o anumită formă, sferă, cilindru, elipsoizi, paralelipipezi. Astfel câmpul de depolarizare se se poate scrie ca:

$$E_p = C \cdot P/\varepsilon_o \qquad (7)$$

unde C este ***factorul de depolarizare***, care depinde de forma probei:

Forma probei	Placă	Sferă
C	1	1/3

Pentru aceeaşi sarcină Q pe armăturile condensatorului plan, între armături avem câmpul electric:

$$E_o = U_o/d \qquad (8)$$

în cazul când avem vid între armături şi:

$$E_t = E_o - P/\varepsilon_o = U/d \qquad (9)$$

când avem un dielectric între armături. Definim *permitivitatea relativă* ca:

$$\varepsilon_r = C/C_o = U_o/U = E_o/E =$$
$$= E_o/(E_o - P/\varepsilon_o) = (E_t + P/\varepsilon_o)/E_t = 1 + P/(\varepsilon_o \cdot E_t) \qquad (10)$$

Deoarece în marea majoritate a cazurilor polarizarea este direct proporțională cu intensitatea câmpului electric total (***dielectrici liniari***):

$$P = \chi_e \cdot \varepsilon_o \cdot E_t \qquad (11)$$

unde χ_e este ***susceptibilitatea electrică***, o proprietate de material, atunci:

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e \qquad (12)$$

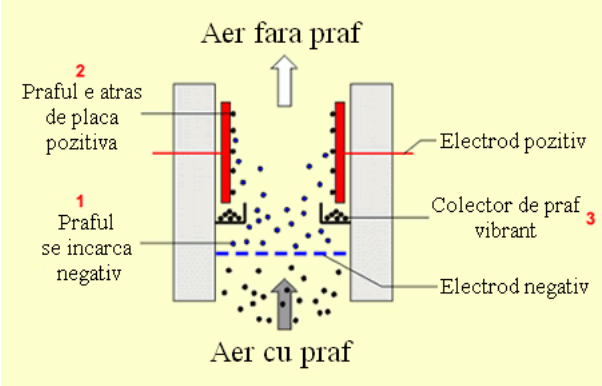
este ***permitivitatea electrică relativă*** (constanta dielectrică) a materialului. Se poate defini ***vectorul inducție electrică*** (deplasare electrică) ca:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_o \cdot \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_o \cdot \mathbf{E} + \varepsilon_o \cdot \chi_e \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r \cdot \mathbf{E} \qquad (13)$$

APLICAȚII ALE ELECTROSTATICII

Generatorul de ioni folosește faptul că lângă vârfuri (raza de curbură mică) câmpul electric este mare (străpungerea aerului 3kV/mm), ceea ce generează o emisie de sarcini electrice (descărcare corona). Procedeul este folosit pentru a îmbunătăți calitatea aerului din încăperi, dar are și aplicații industriale, una dintre ele fiind filtrul electrostatic pentru praf.

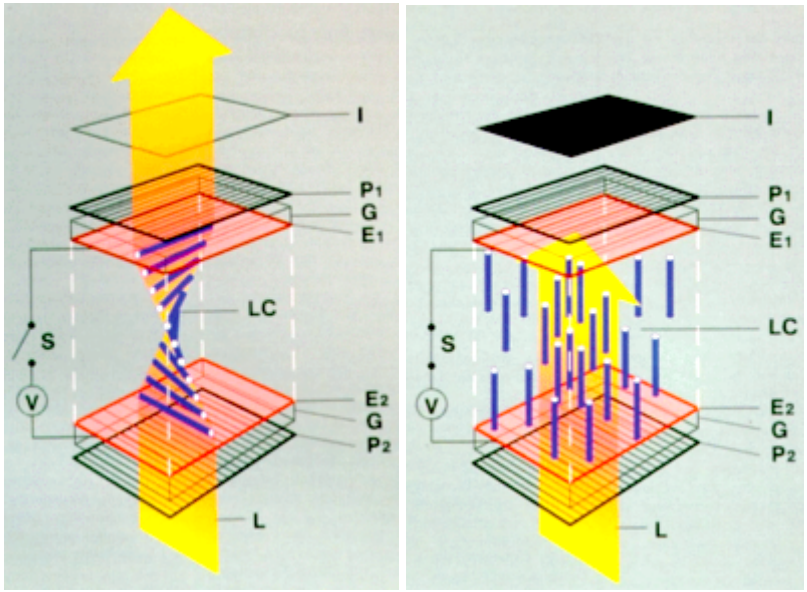
Filtru electrostatic



Praful din atmosferă se încarcă negativ de la generatorul de ioni (grilă din fire subțiri) și apoi e atras de electrozii colectori, plăcile pozitive. Astfel se elimină particulele foarte fine din aer care nu se pot colecta prin metode clasice din cauza vâscozității aerului.

Afişajul cu cristale lichide

Afişajul cu cristale lichide este o aplicație a alinierii dipolilor în câmp electric.



OFF (transmite lumina) ON (blochează lumina)

Lumina polarizată este răsucită atunci când traversează un strat de cristale lichide (LC): "twisted nematic field effect" (efect de răsucire în câmp al cristalelor nematice). Polarizorii P1 și P2 polarizează și analizează lumina, electrozii E de pe plăcile de sticlă G aliniază cristalele lichide când sunt alimentați. Direcția liniilor de pe plăcile polarizoare P sugerează direcția de polarizare a luminii care poate să treacă prin strat.

ISTORIE

Kyeong-Hyeon Kim, Jang-Kun Son, Technical evolution of liquid crystal displays, NPG Asia Materials 1, 29–36 (2009)

În 1888 Friedrich Reinitzer, botanist austriac, descoperă la cholesterolul extras din morcovi o stare intermediară a materiei

aflată între starea de lichid izotropic şi cea de cristal ordonat, numită mai târziu stare de *cristal lichid*.

În 1911 Charles Mauguin face experimente cu straturi subțiri de cristale lichide între plăci plan-paralele şi descrie efectul de răsucire a planului de polarizare a luminii. În 1922 Georges Friedel descrie structura şi proprietățile cristalelor lichide şi le clasifică în 3 tipuri: *nematice*, *smectice* şi *cholesterice*.

În 1927 Vsevolod Frederiks inventează "valva electrică pentru lumină", efectul de bază pentru toate tehnologiile LCD. Un patent pe această temă apare în 1936 de la Marconi Wireless Telegraph Company.

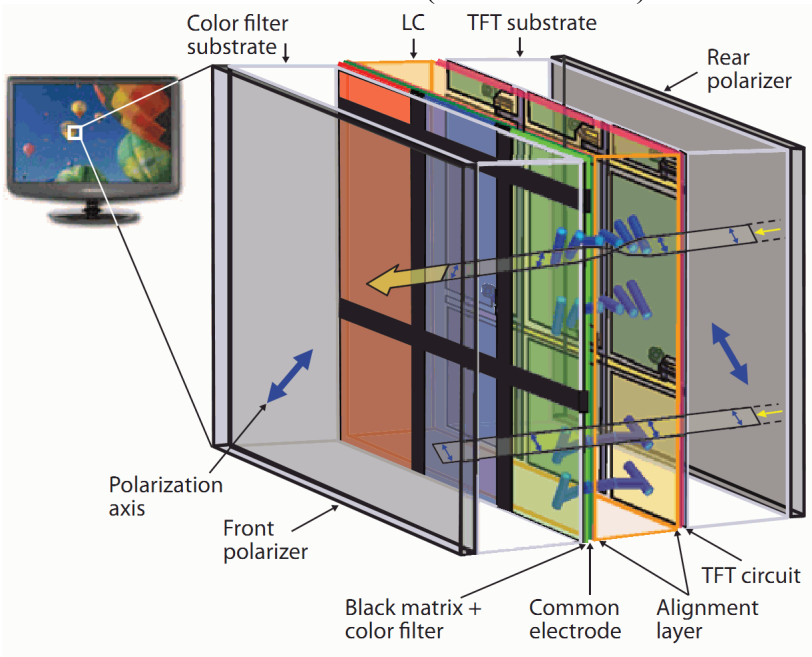
La finalul anilor 1960 s-a realizat că aceste materiale sunt bune pentru realiza afişaje şi cercetările din domeniu s-au dezvoltat rapid. Acum apare şi primul display cu cristale lichide, bazat pe efectul de împrăştiere dinamică a luminii (dynamic scattering mode DSM): lichidul inițial transparent trece într-o stare tulbure, lăptoasă la aplicarea unei tensiuni electrice (George H. Heilmeier).

Naşterea industriei afişajelor cu cristale lichide (LCD liquid crystal display) se situează în anii 1970 când "twisted nematic field effect" (efect de răsucire în câmp al cristalelor nematice) este aplicat la display-uri, uzual numerice, cu 7 segmente.

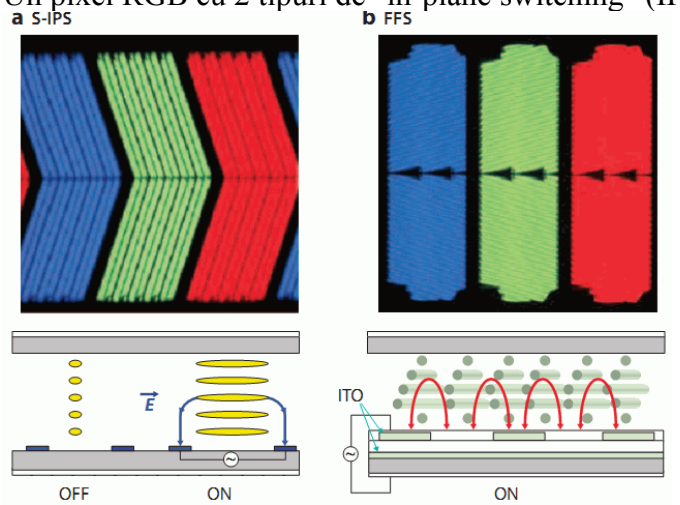
La finalul deceniului 1980 industria LCD-urilor are o nouă dezvoltare prin introducerea tehnologiei tranzistorilor din filme subțiri (thin-film transistor TFT) pentru display-uri matriciale. De aici încolo intrăm în zona afişajelor contemporane.

Dezvoltarea industriei display-urilor se datorează tehnologiilor mai bune de producere a materialelor de bază a cristalelor lichide, a dezvoltării polimerilor pentru stratul de aliniere, a materialelor pentru filtrele colorate şi a foliilor pentru polarizare formate din complecşi ai iodului cu alcoolul polivinilic.

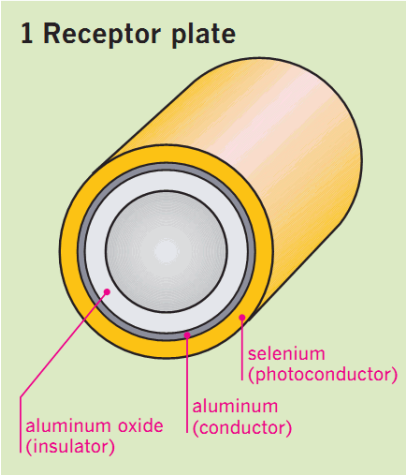
TFT LCD cu cristale lichide TN (twisted nematic)

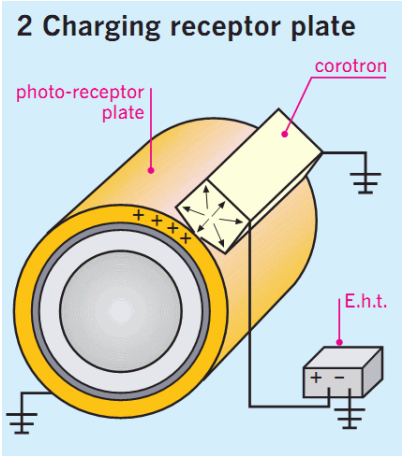


Un pixel RGB cu 2 tipuri de "in-plane switching" (IPS)

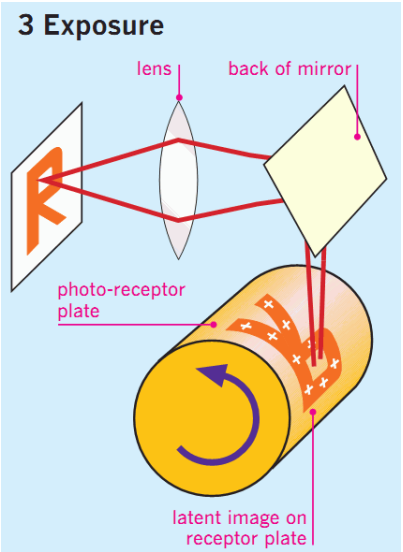


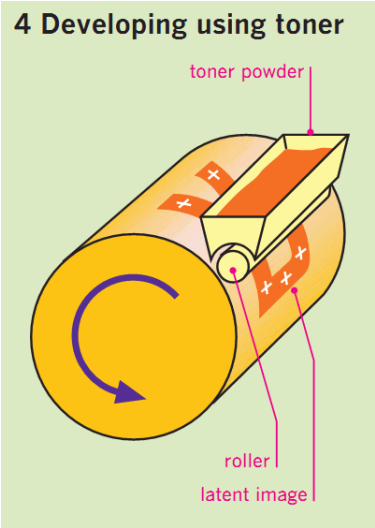
Copiatorul (Xerox) şi imprimanta laser



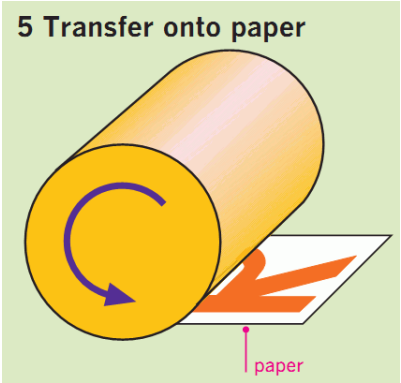


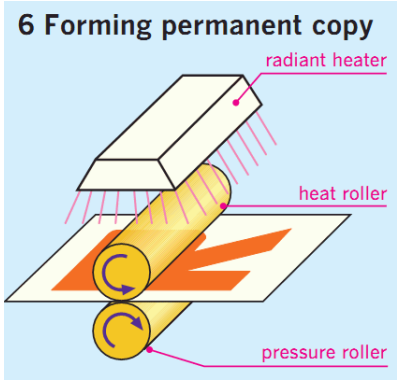
Cilindrul acoperit cu seleniu este încărcat cu sarcini pozitive



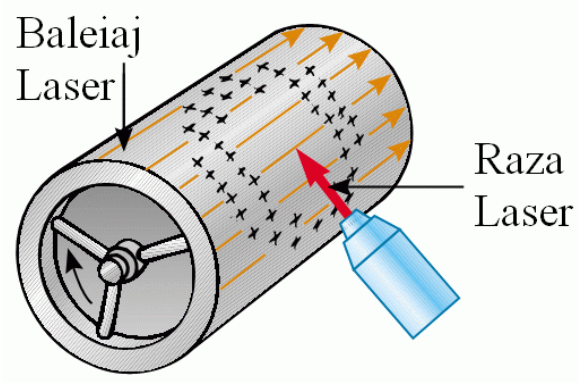


Zonele luminate ale cilindrului se descarcă (fotoconducție), iar cele neluminate rămân încărcate şi atrag tonerul (praf negru) încărcat negativ.





Tonerul este transferat pe hârtie şi este fixat prin încălzire.



La imprimanta laser faza expunerii la lumină e făcută printr-un fascicul laser (comandat de calculator).

DIELECTRICI

Materiale feroelectrice
piezo şi piroelectrice

ELECTROCINETICA

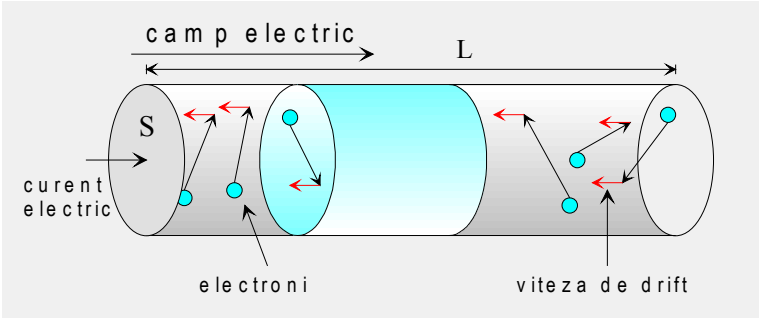
Conductivitatea electrică

Sarcinile electrice mobile dintr-un material conductor se pot deplasa sub acțiunea unui câmp electric aplicat din exterior. În acest fel rezultă un curent electric "I" care este legat de căderea de tensiune pe material "U" prin ***legea lui Ohm***:

$$U/I = R \qquad (1)$$

$[U]_{SI}$ =V (Volt) $[I]_{SI}$ =A (Amper) $[R]_{SI}$=Ω (Ohm)

unde constanta R este ***rezistența electrică*** a dispozitivului.



Circulația electronilor într-un conductor.

Pentru a explica legea lui Ohm ne închipuim un conductor cilindric de secțiune "S" şi lungime "L" care are "n" electroni în unitatea de volum cu masa "m" şi sarcina elementară "q". Aplicarea unei diferențe de potențial "U" la capetele conductorului generează în interiorul conductorului un câmp electric "E", ce este legat de tensiune de relația:

$$E = U/L \qquad [E]_{SI} = V/m \qquad (2)$$

ca la condensatorul plan. Rezultatul acțiunii câmpului electric asupra sarcinii electrice elementare "q" este o forță "F":

$$F = q\cdot E \qquad (3)$$

care conform legii a doua a dinamicii imprimă electronului o accelerație:

$$a = F/m \qquad (4)$$

Electronii mişcându-se în material se ciocnesc cu ionii din nodurile rețelei cristaline, mai precis cu cei deplasați de la pozițiile lor de echilibru de agitația termică. Notăm cu "τ" ***timpul de relaxare***, intervalul de timp dintre două ciocniri succesive ale electronului. Câmpul electric acționează asupra electronului în acest interval de timp, imprimând acestuia o viteză suplimentară:

$$v_d = a\cdot\tau = q\cdot\tau\cdot E/m \qquad (5)$$

numită ***viteză de drift*** sau ***viteză de antrenare***. Ciocnindu-se cu ionii din nodurile rețelei cristaline, electronul pierde energia suplimentară primită de la câmpul electric şi revine la starea inițială cu viteza orientată aleator. Fenomenul este similar cu cel al suflării aerului printr-un tub, unde peste vitezele termice ale moleculelor, orientate haotic, se suprapune viteza cu care e suflat aerul, viteza de antrenare. Raportul dintre viteza de drift şi intensitatea câmpului este **mobilitatea** purtătorilor de sarcină:

$$\mu = v_d /E = q\cdot\tau/m \qquad [\mu]_{SI} = m^2 / (V\cdot s) \qquad (6)$$

Printr-o secțiune S a conductorului vor trece în intervalul de timp "dt" doar electronii care se află la distanța "$v_d\cdot dt$" de suprafața "S", ceilalți sunt prea departe ca să ajungă la ea. Ştiind concentrația "n" a electronilor putem calcula numărul de electroni din volumul "$dV=S\cdot v_d\cdot dt$" şi sarcina lor "dQ" ce traversează secțiunea "S":

$$dQ = q\cdot n\cdot S\cdot v_d\cdot dt \qquad (7)$$

Curentul electric prin material va fi:

$$I = dQ/dt = q\cdot n\cdot S\cdot v_d = q^2\cdot n\cdot\tau\cdot E\cdot S/m = (q^2\cdot n\cdot\tau/m)\cdot U\cdot S/L \qquad (8)$$

direct proporțional cu tensiunea aplicată, conform legii lui Ohm. Numim **conductivitate electrică** mărimea:

$$\sigma = q^2 \cdot n \cdot \tau / m = q \cdot n \cdot \mu \qquad (9)$$

$$[\sigma]_{SI} = \Omega^{-1} \cdot m^{-1} \text{ (S/m, Siemens/m sau mho/m)}$$

ce depinde doar de constante universale şi proprietăți de material, fiind din această cauză o proprietate de material. **Rezistivitatea electrică** "ρ", este inversul conductivității:

$$\rho = 1/\sigma \qquad [\rho]_{SI} = \Omega \cdot m \qquad (10)$$

Rezistența electrică se va putea exprima în funcție geometria dispozitivului, secțiunea "S" şi lungimea "L" şi rezistivitatea electrică "ρ" a firului din care este făcut:

$$R = \rho \cdot L/S \qquad (11)$$

Conductivitatea electrică a materialelor la temperatura camerei variază în limite foarte largi de la $10^{-16}\ \Omega^{-1}m^{-1}$, cea a parafinei, până la $6{,}2 \cdot 10^{7}\ \Omega^{-1}m^{-1}$, cea a argintului:

- metale pure — de ordinul a $10^{7}\Omega^{-1}m^{-1}$;
- aliaje — peste circa $10^{5}\ \Omega^{-1}m^{-1}$;
- semiconductori — între 10^{-7} şi $10^{4}\ \Omega^{-1}m^{-1}$;
- izolatori — sub $10^{-11}\ \Omega^{-1}m^{-1}$.

Materialele semiconductoarea au o conductivitate electrică la temperatura camerei cuprinsă între cea a metalelor şi cea a izolatorilor. Rezistivitatea electrică a semiconductorului depinde de obicei puternic de temperatură, scazând cu creşterea temperaturii, au coeficient negativ de temperatură, în opoziție cu metalele a căror rezistivitate creşte cu creşterea temperaturii, au coeficient pozitiv de temperatură (vezi figura).

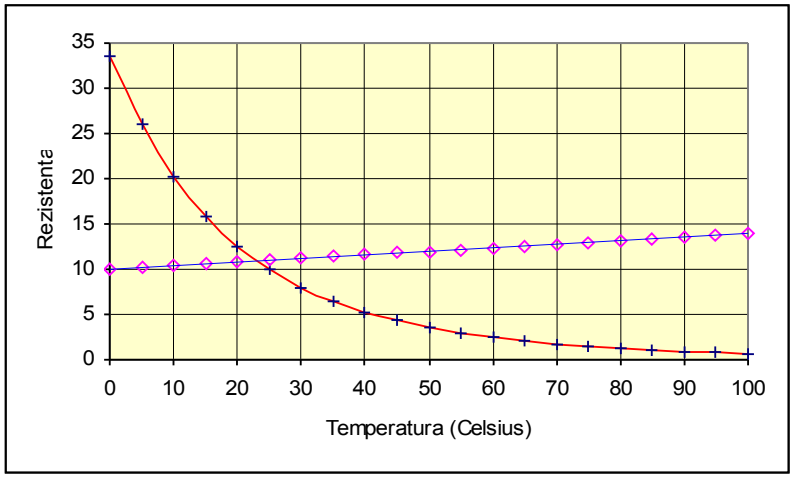
Din formula (9) a conductivității electrice se vede că singurele mărimi ce se pot modifica cu schimbarea temperaturii sunt timpul de relaxare şi concentrația electronilor.

La metale modificarea rezistenței electrice cu temperatura se datorează variației cu temperatura a timpului dintre ciocniri şi comportamentul este descris de relația aproximativă:

$$R = R_o\,(1 + \alpha \cdot t) \qquad (12)$$

unde α este coeficientul de temperatură al rezistenței electrice, măsurat în $°C^{-1}$ şi vând valori de ordinul a $10^{-3}\ °C^{-1}$, cu atât mai mari cu cât materialul este mai pur şi mai perfect din punctul de vedere al aranjamentului atomic al rețelei cristaline.

La semiconductori modificarea rezistenței electrice cu temperatura se datorează variației cu temperatura a numărului de purtători de sarcină mobili, creşte densitatea purtătorilor de sarcină mobili odată cu creşterea temperaturii.

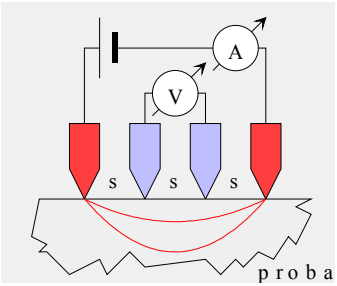


Rezistența electrică în funcție de temperatură pentru metale, $R=R_o(1+\alpha t)$ şi semiconductori puri, $R(T) = A \cdot e^{B/T}$.

O metodă des utilizată de măsurare a rezistivității este "***metoda celor 4 contacte***". Avem 4 contacte plasate coliniar la distanțe egale "s" pe suprafața unui volum semiinfinit de material. Prin contactele de la extremități se injectează curentul "I", iar prin

contactele din mijloc măsoară căderea de tensiune "ΔU". Rezistivitatea materialului va fi dată de relația:

$$\rho = 2\cdot\pi\cdot s\cdot\Delta U/I \qquad (13a)$$



Metoda celor 4 contacte.

La probe ce nu pot fi considerate semiinfinite se aplică relația:

$$\rho = 2\cdot\pi\cdot s\cdot\Delta U/(C\cdot I) \qquad (13b)$$

unde C este un factor de corecție determinabil. (Gh. Zet, Dodu Ursu, "Fizica Stării Solide. Aplicații în Inginerie", Editura Tehnică 1989).

Circuite electrice de curent continuu

Legea lui Ohm sub forma (1), reprezintă *legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit*. Luarea în considerare a sursei de energie electrică, caracterizată prin tensiunea electromotoare E şi rezistența internă *r*, alături de rezistența externă R, care este consumatorul sau sarcina, conduce la *legea lui Ohm pentru întregul circuit*:

$$U=E-u \quad \text{sau} \quad RI=E-rI \quad \text{sau} \quad I=E/(R+r) \qquad (14)$$

Relația (14) permite determinarea curentului de scurtcircuit al sursei, când R=0:

$$I_{sc}=E/r \qquad (15)$$

Puterea electrică disipată de rezistență poate fi găsită ca:

$$P=L/t=Uq/t=UI = U^2/R= RI^2. \qquad (16)$$

Folosind relațiile (14) şi (16) putem găsi puterea maximă ce poate fi extrasă de la o sursă dată:

$$P=R\,E^2/(R+r)^2 \text{ şi } dP/dR=0 \text{ (condiția de extremum) } \Rightarrow$$

$$P=P_{max} = E^2/(4r) \text{ când } R=r \qquad (17)$$

Utile în practică sunt relațiile pentru *rezistența echivalentă* la legarea în serie sau paralel a mai multe rezistențe. Legând în *serie* 2 rezistențe, ele vor fi parcurse de acelaşi curent electric, iar diferența de potențial dintre capetele montajului va fi dată de însumarea diferențelor de potențial de pe fiecare rezistență:

$$U=U_1+U_2 \quad \Rightarrow RI=R_1I+R_2I \Rightarrow \quad R=R_1+R_2 \qquad (18)$$

Legând în *paralel* 2 rezistențe, ele vor avea aceeaşi diferență de potențial la capete, iar curentul de la sursa de putere va fi suma curenților prin fiecare rezistență, din cauza conservării sarcinii electrice:

$$I=I_1+I_2 \Rightarrow U/R=U/R_1+U/R_2 \Rightarrow 1/R=1/R_1+1/R_2 \qquad (19)$$